Dann ist nach (4) mit $\tilde{g}_i = g_i / C_{2i}$; $\eta_n = \sum_i \varrho_i^{(n)}$ und $\alpha^n \, C_n = \delta_n$

$$\sum_n \chi_n = \left| \frac{\sum\limits_n \gamma_n - \sum\limits_n \delta_n}{\sum\limits_n \delta_n} \right| = \frac{\sum\limits_i \tilde{g}_i \, \delta_{2i} \sum\limits_n \delta_n \, \eta_n}{\sum \delta_n} . \tag{5}$$

Nach CAUCHYscher Multiplikation

$$\sum_n \delta_n \, \eta_n = \sum_n \delta_n \sum_n \tilde{\eta}_n \quad \text{mit} \quad \tilde{\eta}_n = a_n \, \eta_n$$

ergibt sich
$$\sum_n \chi_n = \sum_i \tilde{g}_i \, \delta_{2i} \sum_n \tilde{\eta}_n , \tag{6}$$

wobei die a_n sich nach der CAUCHYschen Multiplikationsregel und durch Koeffizientenvergleich bestimmen lassen.

Bei $\tilde{g}_i$, δ_{2i} und $\tilde{\eta}_n \sim \sum_i \varrho_i^{(n)}$ steht der Faktor α^{2i}.

Daher setzen wir den Summationsindex $i = n$ und damit folgt aus (6)

$$\sum_n \chi_n = \sum_n \tilde{g}_n \, \hat{\eta}_n \, \delta_{2n} \tag{7}$$

mit $\hat{\eta}_n = b_n \, \tilde{\eta}_n$. Für die b_n gilt dasselbe in (7) wie für die a_n in (6).

Dann ist der Beitrag λ_{2n} der $2\,n$-ten Näherung im S-Matrixformalismus zum n-ten Entwicklungsglied in der COULOMB-Korrektur — wieder in der n-ten störungstheoretischen Näherung berechnet — gegeben durch

$$\lambda_{2n} = \left| \frac{1}{\tilde{g}_n \, \hat{\eta}_n} \right| . \tag{8}$$

Gl. (8) liefert für $n = 1$ ein $\lambda_2 = | C_2 \, A_0 / B_0 | = 1{,}3\%$ für festes Z (s. Anm. [4]). Im Energiebereich $10 \leq E_1 \leq 300$ MeV (für höhere Energien E_1 spielen die Mehrquantenaustauschterme keine Rolle mehr gegenüber den elektromagnetischen und mesonischen Korrekturen des Nukleons) zeigt sich, daß die λ_{2n} bis zu $n = 3$ eine fallende und beschränkte Folge bilden und näherungsweise gilt

$$1{,}3\% \geq \lambda_2 > \lambda_4 > \lambda_6 > 10^{-6}\,\% . \tag{9}$$

Sei λ_{2n}^{σ} der Beitrag der $2\,n$-ten Näherung im S-Matrixformalismus zum n-ten Entwicklungsfeld in der COULOMB-Korrektur — jetzt in der σ-ten Näherung der Störungstheorie berechnet — so ist:

$$\lambda_{2n}^{\sigma} = \left| \frac{C_{2n}}{g_n{}^{\sigma} \, \hat{\eta}_n{}^{\sigma}} \right| ; \quad \sigma = 1, 2, \ldots . \tag{10}$$

Für $\sigma = n$ folgt Gl. (8).

Es zeigt sich, daß die λ_{2n}^{σ} auch eine fallende und beschränkte Folge bilden, die bis zu $n = 3$, $\sigma = 3$ verläuft wie

$$\begin{aligned} 1{,}3\% \geq \lambda_2{}^1 > \lambda_4{}^1 > \lambda_6{}^1 > \lambda_2{}^2 > \lambda_4{}^2 & \qquad (11) \\ > \lambda_6{}^2 > \lambda_2{}^3 > \lambda_4{}^3 > \lambda_6{}^3 > 10^{-6}\,\% . & \end{aligned}$$

Für $n = \sigma$ ergibt sich auch die richtige Reihenfolge (9). Für größere n und σ hat (11) nicht mehr die obige symmetrische Form. Es zeigt sich, daß die Konvergenz bis zu $n = 3$, $\sigma = 3$ der λ_{2n}^{σ} für festes σ $(n \geq \sigma)$ schwächer ist als die der λ_{2n}^{n} in (9).

Es genügt offenbar, wenn man an die gleichmäßige und absolute Konvergenz der hier beteiligten Reihen für $n > 3$ und $\sigma > 3$ glaubt (bis zu $n = 2$, $\sigma = 2$ wird das Experiment bereits hinreichend gut beschrieben, siehe [1] und [5]), Gl. (2) und (3) nur für $n = 1$ für alle inelastischen Elektronenstreuprozesse zu benutzen. Die Mehrquantenaustauschterme sind demnach gegenüber den anderen bereits genannten Korrekturen zu vernachlässigen [6].

[5] R. RODENBERG, Z. Phys. **162**, 347 [1961].
[6] S. D. DRELL u. S. FUBINI, Phys. Rev. **113**, 741 [1959].

Note on the Introduction of Form Factors in the Theory of (e, $\mathcal{N}$)-processes

By RUDOLF RODENBERG

Institute for Theoretical Physics, University of Tübingen

(Z. Naturforschg. **16 a**, 1243—1244 [1961]; eingeg. am 23. Oktober 1961)

In former papers [1, 2] (I, II) the ratio of the total and differential (e, $\mathcal{N}$)- to the total (γ, $\mathcal{N}$)-cross section respectively have been derived in (I.23) for the point nucleus, and in (I.25) for the finite nuclear size. In this note we wish to indicate that the general interaction HAMILTONIAN (I.8) and the general expression derived for the matrix elements for the (e, $\mathcal{N}$)-process in the first nonvanishing order of S-matrix formalism, given for a special case in (I.25). For that simple case — $\sigma_{\mathrm{e},\mathcal{N}}$ — the recoil-term neglected — like the interaction LAGRANGIAN-density with inclusion of the FOLDY-term [3], that gives for the elastic electron-nucleon scattering process the generalized ROSENBLUTH formula [4]. The anomalous magnetic moments of the nucleons are introduced in (I.8), and the higher approximations, arising from the expression $L_{\text{int.}}$ introduced by FOLDY [3] and SALZMAN [5], are included in the expression $\varrho(L, \tau)$ in I, given for a special case in (I.25). For that simple case-E1-transitions only — we have derived in (II.9) the form factor $\tilde{F}_1(q^2)$ for elastic electron nucleon scattering. So one can use the results in I and II — the general expres-

[1] R. RODENBERG, Z. Phys. **158**, 44 [1960].
[2] R. RODENBERG, Z. Phys. **162**, 347 [1961].
[3] L. L. FOLDY, Phys. Rev. **87**, 688 [1952].
[4] M. N. ROSENBLUTH, Phys. Rev. **79**, 619 [1950].
[5] G. SALZMAN, Phys. Rev. **99**, 973 [1955].
[6] R. HERMAN and R. HOFSTADTER, High-Energy Electron Scattering Tables, Stanford University Press, Stanford, Calif. 1960.

sion for (I.25) can be taken from (I.13) – to derive approximately (s. I.51 and II.9) the inelastic electron-nuclei scattering cross section in the form [6]

$$\frac{d^2\sigma_{e,\mathcal{N}}}{dE_2\,d\Omega} \sim \alpha\,\frac{|\,\mathrm{EM}\,|^2\,|\,\mathrm{KM}\,|^2}{1+(2\,E_1/M_0)\,\sin^2(\vartheta/2)} \cdot \left\{F_1(q^2) + \frac{q^2}{4\,m_0^2}\left[2\,(F_1+g_1\,F_2)^2\,\mathrm{tg}^2\,(\vartheta/2) + g_1^2\,F_2^2\right]\right\} \tag{1}$$

with $$q = \frac{2\,E_1\sin(\vartheta/2)}{[1+(2\,E_1/m_0)\,\sin^2(\vartheta/2)]^{1/2}}$$

(m_0 nucleon mass; M_0 mass of the recoil nucleus).

The EM and the KM are the electron- and nucleon-matrix elements for the point nucleus and finite nuclear size. $F_i(q^2)$ are the elastic form factors, constructed from the general expression $\varrho(L,\tau)$, given in I (s. [6]). This result agrees exactly with the ROSENBLUTH formula for elastic electron-nucleon scattering processes.

The inelastic cross-section (1) with inelastic form factors $\bar{F}_i(q^2, W^2)$, $(i=0,1)$ one can derive exactly from I and II in an analogous form to the ROSENBLUTH formula:

$$\frac{d^2\sigma_{e,\mathcal{N}}(E_1, W^2, q^2)}{dE_2\,d\Omega} = \alpha\,A\,\frac{\cos^2(\vartheta/2)}{4\,E_1^2\sin^4(\vartheta/2)}\,\frac{1}{1+(2\,E_1/M_0)\,\sin^2(\vartheta/2)} \cdot \left\{\bar{F}_1(q^2, W^2) + 2\,\mathrm{tg}^2(\vartheta/2)\,\bar{F}_0(q^2, W^2)\right\} \tag{2}$$

with A and $\bar{F}_i(q^2, W^2)$ taken from I and II, the anomalous magnetic moments of the nucleons neglected [7]. With $g_1=0$, (1) follows from (2).

Note added in proof:

It is not nescessary to derive here the construction of form factors for the two-photon-exchange contributions. They give the first correction to the ROSENBLUTH formula arising from the interference terms between α and α^2. It contributes less than 1% in the region of experimental interest [8–10].

It is a pleasure to thank Prof. J. HANS D. JENSEN, Prof. F. BECK and Dr. E. SAUTER for discussions about this problem.

[7] M. GOURDIN, Nuovo. Cim. **21**, 1094 [1961]. — S. D. DRELL and C. L. SCHWARTZ, Phys. Rev. **112**, 568 [1958]. — G. E. MASEK, J. P. TOUTONGHI, R. W. WILLIAMS, and D. H. COWARD, Phys. Rev. **124**, 555 [1961].

[8] S. FUBINI, Report presented at the Aix-en-Provence Int. Conf. 2298/TH. 233.

[9] R. RODENBERG, Proc. Rutherford Jub. Int. Conf., Sept. 1961.

[10] R. RODENBERG, Z. Naturforschg. **16 a**, 1242 [1961].

Zum Symmetrieverhalten des Einflusses des endlichen ausgedehnten Kerns beim Übergang vom $(e, \mathcal{N})$- zum $(\bar{e}, \mathcal{N})$-Prozeß

Von RUDOLF RODENBERG

Institut für Theoretische Physik der Universität Tübingen

(Z. Naturforschg. **16 a**, 1244—1245 [1961]; eingeg. am 14. November 1961)

Es ist nicht selbstverständlich, daß — abgesehen von der Positronenvernichtung mit Hüllenelektronen und der damit verbundenen Änderung von Z des Kerns — der Einfluß des endlichen ausgedehnten Kerns symmetrisch ist beim Übergang vom $(e, \mathcal{N})$- zum $(\bar{e}, \mathcal{N})$-Prozeß [1, 2] (weiterhin mit I und II bezeichnet), obgleich die in einer anderen Arbeit [3] (weiterhin mit III bezeichnet) angegebene allgemeinste HAMILTON-Dichte der Wechselwirkung zwischen Kern und Feld, Elektronen und Feld und der direkten COULOMBschen Wechselwirkung (III.7, III.8) und die in erster nichtverschwindender Näherung des S-Matrixformalismus erhaltenen Matrixelemente für den $(e, \mathcal{N})$-Prozeß (III.13) invariant sind gegenüber dem Übergang Teilchen $\rightarrow$ Antiteilchen [4].

Wir wollen hier nur kurz an Hand eines speziell gewählten Potentialverlaufs innerhalb und außerhalb des endlichen ausgedehnten Kerns für den inelastischen $(e, \mathcal{N})$- und $(\bar{e}, \mathcal{N})$-Prozeß das in I angegebene Symmetrieverhalten von (II.9) aufzeigen. Außerhalb des endlichen ausgedehnten Kerns findet das Elektron bzw. Positron wie bei der COULOMB-Anregung von Atomkernen das COULOMB-Potential $V_C^{e,\bar{e}}(r)$ vor. Innerhalb des Kerns für $r \leq R$ ($R = R_0\,A^{1/3}$, Kernradius) soll das COULOMB-Potential in ein optisches Potential $V_{\mathrm{opt.}} \sim i\,V(r)$ übergehen (der dispersive Potentialanteil sei hier fortgelassen, da er bei unserer Symmetriebetrachtung herausfällt). Einen „*hard core*"-Anteil lassen wir weg wegen der großen Abstoßung bei so kleinen Abständen und der damit nach der Unschärferelation gegebenen hohen Elektronenenergie ($E_{e,\bar{e}} \sim 10^2$ MeV) im Kerninneren.

Wir haben demnach als Potentialansatz:

$$V(r) = V_C^{e,\bar{e}}(r) + V_{\mathrm{opt.}}(r) \text{ in } 0 < r < \infty, \quad V_C^{e,\bar{e}}(r) = \mp Z\,e/r \text{ in } R \leq r < \infty, \quad \text{sonst } 0, \tag{1}$$

und der Einfachheit halber

$$V_{\mathrm{opt.}} \sim i\,V_0 \text{ in } 0 \leq r < R, \quad \text{sonst } 0.$$

Damit ergibt sich für die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{e,\mathcal{N}}$ und $\sigma_{\bar{e},\mathcal{N}}$ für den $(e, \mathcal{N})$- und $(\bar{e}, \mathcal{N})$-Prozeß in erster nichtverschwindender Näherung des S-Matrixformalismus für die potentielle Energie $e\,V$ als Wechsel-

[1] R. RODENBERG, Z. Phys., im Druck.

[2] R. RODENBERG, Z. Phys. **162**, 347 [1961].

[3] R. RODENBERG, Z. Phys. **158**, 44 [1960].

[4] P. ROMAN, Theory of Elementary Particles, North-Holland-Publishing Company, Amsterdam 1960, S. 283/284.